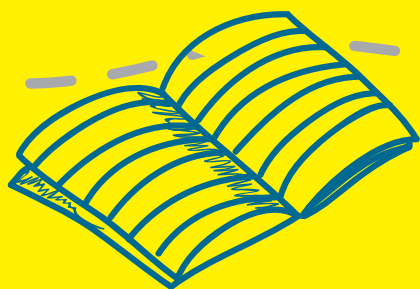


بخشی از

فصل اول

کتاب ریاضی هشتم

انتشارات تک رقمی‌ها





کتاب گارڈ

ریاضی ہشتم

$$(1+0.01)^{365} = 37.8$$

$$(1-0.01)^{365} = 0.03$$



سعیدہ فتاحی

بر نام خداوند چنانچه خود

کتاب کار

ریاضی هشتم

سعیده فتاحی

درسنامه

مباحث مختلف هر فصل به صورت کامل ولی مجزاً آموزش داده شده و جهت درک بهتر نیز، مثال هایی با حل کاملاً تشریحی آمده است.

طبقه بندی بر حسب مباحث درس

بیشتر تمرین کنیم

جهت تسلط کامل دانش آموزان بر آموزش های ایستگاهها، تمرین هایی در نظر گرفته شده است.

تمرین های مفهومی و امتحانی

پرسش های چهارگزینه ای

مدارس برتر، تیزهوشان، المپیاد و تالیف

سعی شده پرسش ها، منطبق با پرسش های مدارس برتر، تیزهوشان و المپیاد طرح گردد تا دانش آموزان خود را برای آزمون های ویژه، آماده نمایند.

نمونه پرسش های امتحانیه فصل

پرسش هایی منطبق با پرسش های امتحانی مدارس



TAK RAGHAMIHA
PUBLICATIONS

هشتمه ها

باماتک رفته شوید

عددهای
صحیح و گویا

فصل اول

درس اول: یادآوری عددهای صحیح

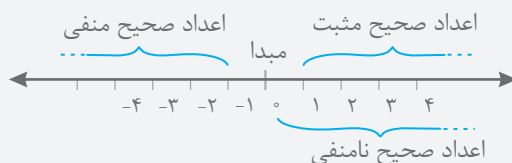
در سال‌های گذشته با مجموعه اعداد زیر آشنا شدید:

اعداد طبیعی: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

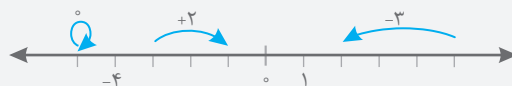
اعداد حسابی: \mathbb{W} یا $\mathbb{I} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

اعداد صحیح: $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

همچنین آموختید نحوه نمایش اعداد صحیح روی محور اعداد به صورت زیر می‌باشد:



حال به محور زیر توجه کنید:



همان‌طور که ملاحظه می‌کنید هر حرکت را می‌توان با عدد صحیح نمایش داد و هر نقطه روی محور، متناظر با یک عدد صحیح است.

اعداد صحیح -3 ، $+4$ ، $+3$ و -1 را روی محور نشان می‌دهیم:



به عنوان نمونه عدد $+3$ را A و عدد -3 را A' می‌نامیم. با توجه به محور، می‌بینیم که فاصله A, A' از صفر به یک اندازه (۳ واحد) می‌باشد،

با این تفاوت که در دو جهت مختلف نسبت به هم قرار دارند. در این صورت می‌گوییم: « A, A' نسبت به نقطه صفر، قرینه یکدیگرند.»

توجه: برای به دست آوردن قرینه یک عدد نسبت به صفر، کفایت علامت آن را تغییر دهیم، این کار را با قرار دادن علامت منفی (-)

پشت عدد، انجام می‌دهیم؛ یعنی:

خود عدد

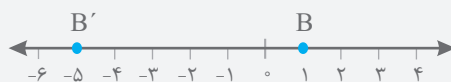
$$-(+A) = -A$$
 علامت قرینه

مثال: $-(+10) = -10$

$$-(-A) = +A$$

مثال: $-(-2) = +2$

اکنون به نقاط B و B' روی محور مقابل توجه کنید:



همان‌طور که روی محور می‌بینید، فاصله نقاط B و B' از نقطه ۲- به یک اندازه است، با این تفاوت که یکی در سمت راست نقطه ۲- و دیگری در سمت چپ آن قرار دارد؛ پس می‌توان نتیجه گرفت که B (عدد +۱) و B' (عدد -۵) نسبت به نقطه ۲- قرینه‌اند (به عبارتی نقطه ۲- وسط B و B' قرار دارد).

توجه: به طور کلی اگر B و B' نسبت به نقطه A قرینه یکدیگر باشند، خواهیم داشت:

$$A = \frac{B + B'}{2}$$

حال برای اینکه بفهمیم دو نقطه ۴ و -۶ نسبت به چه نقطه‌ای قرینه یکدیگرند به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$A = \frac{-6 + 4}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

می‌بینید که فاصله دو نقطه ۴ و -۶ از نقطه -۱، ۵ واحد است.

تذکر: به طور کلی منظور از قرینه یک عدد، قرینه آن نسبت به نقطه صفر است مگر اینکه سؤال قرینه عدد را نسبت به یک عدد یا یک عبارت خاص خواسته باشد.

بیشتر تعریف کنیم

تمرین ۱۱ جدول زیر را مانند نمونه کامل کنید.

عدد	۰/۴۵	۰	$\frac{23}{6}$	$\frac{-\sqrt{25}}{5}$	$-\frac{3}{2}$	$-(+19)$
طبیعی		x				
صحیح		✓				

تمرین ۱۲ بین دو عدد $12/5$ و -10 چند عدد طبیعی، چند عدد صحیح و چند عدد صحیح نامنفی وجود دارد؟ (به کمک محور).....

تمرین ۱۳ کوچک‌ترین عدد صحیح بزرگ‌تر از $2/5$ + و بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر از $13/9$ - چه عددی است؟ (به کمک محور).....

تمرین ۱۴ قرینه عدد ۳- را نسبت به نقطه ۲+ و قرینه عدد ۳+ را نسبت به نقطه ۴- یک‌بار به کمک محور و بار دیگر بدون استفاده از محور بدست آورید.

تمرین ۵: حاصل هر یک از عبارتهای زیر را به دست آورید و از بین آنها اعداد صحیح را مشخص کرده و از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

الف) $-(-(-(+4)))$

ب) $-\frac{[8, 12]}{(4, 6)}$

پ) $\frac{+24}{-(-(-14))}$

ت) $-\frac{\sqrt{81}}{3}$

ث) $\sqrt{\sqrt{16}}$

درس اول: یادآوری عددهای صحیح

جمع و تفریق اعداد صحیح

جمع اعداد صحیح: ابتدا آنها را مختصرنویسی (ساده نویسی - تعیین علامت) می‌کنیم؛ بدین صورت که پرانتزها را حذف کرده، سپس برای تعیین علامت اگر عددی بیش از یک علامت داشت علامتهای مثبت را حذف می‌کنیم و اگر تعداد علامتهای منفی زوج باشد تبدیل به یک علامت مثبت و اگر تعداد علامتهای منفی فرد باشد تبدیل به یک علامت منفی می‌کنیم در این صورت دو حالت پیش می‌آید:

حالت اول: دو عدد هم علامت باشند؛ یعنی هر دو عدد مثبت یا هر دو عدد منفی باشند که در این صورت اعداد را با هم جمع کرده سپس یکی از علامتها را قرار می‌دهیم.

مثال ۱: $\frac{+24}{-[-(+24)]} + (+3) = 24 + 3 = 27$

مثال ۲: $-17 + \frac{-15}{-[-(-15)]} = -17 - 15 = -32$

حالت دوم: دو عدد هم علامت نباشند؛ یعنی یکی از آنها مثبت و دیگری منفی باشد در این صورت اعداد را از هم کم کرده و علامت عدد بزرگ‌تر را قرار می‌دهیم (مقایسه بدون در نظر گرفتن علامتها انجام می‌شود):

مثال: $-17 + 24 = +7 = 7$

تفریق دو عدد صحیح: ابتدا آن را به جمع تبدیل می‌کنیم بدین صورت که عدد اول را نوشته، تفریق را به جمع تبدیل کرده و عدد دوم را قرینه می‌کنیم سپس مانند جمع عمل می‌کنیم.

مثال ۱: $+24 - (+16) = (+24) + (-16) = 24 - 16 = 8$

مثال ۲: $+7 - (+18) = 7 + (-18) = 7 - 18 = -11$

بیشتر تمرین کنیم



تمرین ۶: حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

الف) $(-4) + (-6) - (+8)$

ب) $[-5 + (-7)] - [+3 - (-10)]$

تمرین ۷: حاصل عبارتهای زیر را به چندین روش بدست آورید و بررسی کنید کدام روش سریع‌تر و ساده‌تر شما را به پاسخ درست می‌رساند؟

الف) $-68 + 35 - 12 + 40$

ب) $-12 + 10 - 8 + 6 - 4 + 2$

پ) $-32 - 9 + 32 - 11$

الف) $-۶ \square -۲۳ \square +۱۹$

تمرین ۸: الف) به جای \square علامت‌های + و - را طوری قرار دهید که حاصل بزرگ‌ترین مقدار ممکن شود.

ب) $۴۴ \square ۹۵ \square -۶۸$

ب) به جای \square علامت‌های + و - را طوری قرار دهید که حاصل کوچک‌ترین مقدار ممکن شود.

درس اول: یادآوری عددهای صحیح

ضرب و تقسیم اعداد صحیح

در ضرب و تقسیم دو عدد صحیح ابتدا علامت‌ها را مطابق جدول زیر تعیین کرده، سپس اعداد را در هم ضرب و یا برهم تقسیم می‌کنیم.

یا	\div	
\otimes		
	+	-
+	+	-
-	-	+

مثال: به حاصل عبارت‌های زیر دقت کنید:

$$(-۴) \times (-۳) = +۱۲$$

$$(+۲) \times (-۷) = -۱۴$$

$$(-۲۰) \div (+۴) = -۵$$

$$(-۱۵) \div (-۳) = +۵$$

توجه: سعی کنید قبل از هر چیز علامت حاصل ضرب یا حاصل تقسیم را مشخص کرده و بنویسید.

بیشتر تمرین کنیم

تمرین ۹: حاصل عبارت داده شده را به دست آورید.

الف) $[-۹ - (-۱)] \times [-۱۲ \div (-۶)]$

ب) $(-۱۸ \div (-۳)) - [(-۵) \times (-۲ - ۹)]$

درس اول: یادآوری عددهای صحیح

یادآوری به پله بالاتر

می‌دانیم هرگاه عددی به توان برسد، باید به تعداد توان در خودش ضرب شود. اگر عددی منفی، به توان عددی زوج (مانند ۴) برسد

تعداد منفی‌های ضرب شده زوج است، پس عدد حاصل مثبت خواهد بود.

مثال: $(-۱)^۴ = \underbrace{(-۱) \times (-۱) \times (-۱) \times (-۱)}_{\text{تعداد منفی‌ها زوج (۴ بار) است}} = +۱$

حال اگر عددی منفی به توان عددی فرد (مانند ۳) برسد باید به تعداد آن عدد فرد (۳ بار) در خودش ضرب شود که در این صورت تعداد

منفی‌های ضرب شده فرد و عدد حاصل منفی خواهد بود.

مثال: $(-۱)^۳ = \underbrace{(-۱) \times (-۱) \times (-۱)}_{\text{تعداد منفی‌ها فرد است}} = -۱$

توجه: زمانی که اعداد منفی داخل پرانتز نباشند، علامت منفی حکم علامت قرینه را دارد. به عنوان مثال می‌خواهیم ببینیم حاصل عبارت

$-۲^۴$ مثبت است یا منفی؟ یک عدد منفی $-(+) = -$ قرینه $۲^۴$ مثبت

به نمونه‌های روبه‌رو توجه کنید:

$$(-۳)^۴ = +۸۱ \quad -۲^۴ = -۱۶ \quad -\underbrace{(-۱)^{۵۶}}_{+۱} = -۱$$

بیشتر تمرین کنیم

تمرین ۱۰ مقایسه کنید:

$$\text{الف) } (-2)^{58} \quad \text{ب) } (-1)^{100} \quad \text{ج) } (-3)^{57} \quad \text{د) } (-1)^{100}$$

$$\text{پ) } (-1)^{100} \quad \text{ت) } (-2)^{100} \quad \text{ث) } (-1)^{99} \quad \text{ج) } (-2)^{98}$$

$$\text{ث) } (-3)^{81} \quad \text{ج) } (-5)^{68} \quad \text{د) } (-4)^{67} \quad \text{ج) } (-3)^{83}$$

تمرین ۱۱ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } (-1)^{101} + (-1)^{102} + (-1)^{103} + (-1)^{104} + \dots + (-1)^{446}$$

$$\text{ب) } (-1)^5 + (-1)^6 + (-1)^7 + (-1)^8 + \dots + (-1)^{73}$$

$$\text{پ) } (-1)^2 + (-1)^4 + (-1)^6 + (-1)^8 + \dots + (-1)^{68}$$

درس اول: یادآوری عددهای صحیح

حق تقدم (اولویت) در عملیات ریاضی

اگر در یک عبارت، پرانتز، توان، جمع، تفریق، ضرب و تقسیم وجود داشته باشد، ترتیب انجام عملیات به صورت زیر است:

۱) محاسبه عبارت داخل پرانتز (در صورت وجود چند پرانتز از داخلی‌ترین پرانتز عملیات را شروع می‌کنیم)، ۲) توان، ۳) ضرب و تقسیم از چپ به راست، ۴) جمع و تفریق از چپ به راست.

مثال ۱: حاصل عبارت $2^2 \div (4 \times 7 - 8) - 3$ را بدست آورید.

$$4 \times 7 - 8 \xrightarrow{\text{اولویت با ضرب}} 28 - 8 = 20$$

$$-3 + 20 \div 2^2 = -3 + 20 \div 4$$

$$-3 + 5$$

$$-3 + 5 = +2$$

۱) محاسبه عبارت داخل پرانتز:

۲) محاسبه توان: $2^2 = 4$ ، پس داریم:۳) محاسبه تقسیم: $20 \div 4 = 5$ ، بنابراین:

۴) محاسبه جمع:

$$\text{الف) } -3 \times 4 \div 6 \quad \text{ب) } 18 \div (-9) \times 3$$

$$-3 \times 4 \div 6 = -12 \div 6 = -2$$

$$18 \div (-9) \times 3 = -2 \times 3 = -6$$

مثال ۲: حال می‌خواهیم حاصل عبارت‌های روبه‌رو را به دست آوریم:

الف) اولویت با ضرب است:

ب) اولویت با تقسیم است:

اگر چند ضرب و تقسیم داشتیم از چپ به راست شروع به محاسبه می‌کنیم؛ به همین دلیل در الف) ابتدا اولویت را با ضرب و در ب) اولویت را با تقسیم در نظر گرفتیم.

مثال ۳: به کمک اولویت‌ها حاصل عبارت $3 \times 6 - 2^2 + 18 - 3$ را به چندین روش محاسبه کنید و بررسی کنید کدام روش سریع‌تر و ساده‌تر شما را به پاسخ می‌رساند.

ابتدا با توجه به ترتیب انجام عملیات‌ها عبارت را ساده می‌کنیم.

$$-3 + 18 + 4 - 6 \times 3$$

$$-3 + 18 + 4 - 18$$

(۱) حق تقدم با توان $2^2 = 4$:

(۲) حق تقدم با ضرب $6 \times 3 = 18$:

حال حاصل عبارت $-3 + 18 + 4 - 18$ را به چندین روش بدست می‌آوریم.

روش اول: $-3 + 18 + 4 - 18 = (-3 - 18) + (18 + 4) = -21 + 22 = +1$

روش دوم: $-3 + 18 + 4 - 18 = (-3 + 4) + (18 - 18) = (+1) + 0 = +1$

روش سوم: $-3 + 18 + 4 - 18 = (-3 + 18) + 4 - 18 = (15 + 4) - 18 = 19 - 18 = +1$

روش دوم، سریع‌تر، ساده‌تر و با تیزبینی بهتری ما را به پاسخ رساند، به همین دلیل بهتر است هرگاه در عبارتی، اعدادی قرینه یکدیگر بودند، آنها را با هم در نظر بگیریم تا مجموعشان صفر شود و محاسبات راحت‌تر صورت گیرد.

بیشتر تعریف کنیم



تمرین ۱۲: حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

الف) $20 \div 4 + 8 - 4 \times 3$

ب) $3 \times (-4) \div 2 + 3 - 6 \div 2 \times 4 + 1$

پ) $-7 \times 6 \div 3 + (-1)^{97}$

تمرین ۱۳: کدام عبارت درست محاسبه شده است؟

الف) $\underbrace{18 + 13}_{31} - \underbrace{7 - 4}_3 = 31 - 3 = 28$

ب) $\underbrace{18 + 13}_{31} - \underbrace{7 - 4}_{-11} = 31 - 11 = 20$

تمرین ۱۴: به جای عدد مناسب قرار دهید.

الف) $-3 \times 6 \div 9 - (-3 + 1)^2 - 7 = -3 + 2 \times \text{[]}$

ب) $-(-1)^{50} - 2 \times (-1)^{51} + 3 \times (-1)^{52} = (-16) \div \text{[]}$

درس اول: یادآوری عددهای صحیح

❖ به پله بالاتر: تکنیک‌هایی برای حل مسائل مربوط به اعداد طبیعی و اعداد صحیح

در این بخش می‌خواهیم با طرح چند نوع مسئله، کاربرد اعداد طبیعی و صحیح را در حل مسائل بیان کنیم.

مثال ۱: پنجاه نفر از یک باغ سیب خارج می‌شوند. جلوی در باغ یک سبد قرار دارد. نفر اول یک سیب داخل سبد می‌اندازد، نفر دوم، دو

سیب و به همین ترتیب نفر پنجاهم، پنجاه سیب داخل سبد می‌اندازد، می‌خواهیم ببینیم چند سیب داخل سبد وجود دارد؟

مجموع سیب‌های داخل سبد را به صورت مقابل می‌نویسیم:

$$A = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 50$$

برای به دست آوردن مجموع پنجاه عدد طبیعی متوالی از روشی که یک دانشمند آلمانی به نام **گوس** در کودکی انجام داد استفاده می‌کنیم:

$$A = 1 + \underbrace{2 + 3 + 4 + \dots + 49}_{51} + 50 \Rightarrow \begin{cases} 1 + 50 = 51 \\ 2 + 49 = 51 \\ 3 + 48 = 51 \\ \vdots \\ 25 + 26 = 51 \end{cases}$$

$$A = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 49 + 50 = 25 \times 51$$

می‌بینید که ۲۵ دسته ۵۱ تایی خواهیم داشت پس:

$$A = 25 \times 51 = \frac{50}{2} \times \frac{51}{1} = \frac{50 \times 51}{2}$$

حال به جای عدد ۲۵، $\frac{50}{2}$ قرار می‌دهیم در این صورت:

$$A = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 49 + 50 = \frac{50 \times 51}{2}$$

به عبارتی:

با دقت در کسر $\frac{50 \times 51}{2}$ می‌توان به یک فرمول رسید که به فرمول گوس معروف است:

$$\text{مجموع اعداد طبیعی متوالی شروع از عدد یک} = \frac{(\text{عدد آخر} + 1) \times \text{عدد آخر}}{2}$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \times (n + 1)}{2}$$

پس می‌توان گفت:

مثال ۲: حال می‌خواهیم با استفاده از فرمول بالا مجموع ضرب‌های طبیعی عدد ۶، کوچکتر از ۶۰۱ را بدست آوریم.

$$B = 6 + 12 + 18 + 24 + \dots + 600$$

تمام اعداد عبارت B، بر ۶ بخش پذیرند پس عبارت B را بر ۶ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{B}{6} = \frac{6 + 12 + 18 + 24 + \dots + 600}{6} = \frac{6}{6} + \frac{12}{6} + \frac{18}{6} + \frac{24}{6} + \dots + \frac{600}{6} = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100$$

$$\frac{B}{6} = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100 = \frac{100 \times 101}{2} = 5050$$

حال با استفاده از فرمول گوس مجموع ۱ تا ۱۰۰ را بدست می‌آوریم:

$$\frac{B}{6} = 5050 \Rightarrow B = 5050 \times 6 = 30300$$

حال برای بدست آوردن مقدار B به این صورت عمل می‌کنیم:

$$A = (1395 - 1)(1395 - 2)(1395 - 3) \dots (1395 - 2016)$$

مثال ۳: حاصل عبارت A چقدر است؟

برای بدست آوردن حاصل عبارت A نیازی نیست مقدار هر پرانتز را محاسبه کنیم. با کمی دقت به الگویی دست می‌یابیم، اولین عدد هر

پرانتز ۱۳۹۵ می‌باشد و عددهای دوم به ترتیب از ۱ در حال زیاد شدن هستند و تا ۲۰۱۶ ادامه پیدا کرده است. پس می‌توان فهمید که

در بین این پرانتزها، پرانتزی به صورت (۱۳۹۵ - ۱۳۹۵) وجود دارد که مقدار این پرانتز صفر است و می‌دانیم حاصل ضرب هر عدد در صفر،

$$A = (1395 - 1)(1395 - 2)(1395 - 3) \times \dots \times \underbrace{(1395 - 1395)}_0 \times \dots \times (1395 - 2016) = 0$$

صفر است پس:

$$A = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots - 100$$

مثال ۴: حاصل عبارت روبه‌رو را به دست آورید.

برای بدست آوردن حاصل عبارت A، از چندین روش می‌توان استفاده کرد.

روش اول: ابتدا اعداد مثبت سپس اعداد منفی را جداگانه با هم جمع می‌کنیم و در آخر مجموع دو عدد بدست آمده را حساب می‌کنیم.

روش دوم: از سمت چپ به ترتیب حاصل هر دو عدد را با عدد بعدی جمع می‌کنیم.

روش سوم: می‌توان اعداد را از سمت چپ در دسته‌های ۲ تایی قرار داد در این صورت حاصل هر جفت از این اعداد -۱ می‌شود:

$$A = \underbrace{1-2}_{-1} + \underbrace{3-4}_{-1} + \underbrace{5-6}_{-1} + \dots + \underbrace{99-100}_{-1}$$

$$100 \div 2 = 50 \quad (\text{دسته دو تایی})$$

می‌دانیم از ۱ تا ۱۰۰، ۱۰۰ عدد داریم، پس:

$$A = 50 \times (-1) = -50$$

حال می‌دانیم که مقدار هر دسته دو تایی -۱ است، پس:

واضح است که روش سوم ما را سریع‌تر از روش اول و دوم به پاسخ می‌رساند، امتحان کنید!

بیشتر تمرین کنیم



تمرین ۵: حاصل جمع اعداد صحیح بین -۳۷ و +۴۳ چند است؟

تمرین ۶: میانگین اعداد صحیح بین -۲۸ و +۳۰/۷ چند است؟ (راهنمایی: ابتدا حاصل جمع اعداد صحیح بین -۲۸ و +۳۰/۷ و سپس تعداد اعداد صحیح

بین -۲۸ و +۳۰/۷ را به دست آورید).

تمرین ۷: حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

الف) $5 - 10 + 15 - 20 + 25 - 30 + \dots - 200$

ب) $51 - 52 + 53 - 54 + 55 - 56 + \dots - 160$

پ) $(1 - (-20)) (1 - (-19)) (1 - (-18)) \dots (1 - (+5))$

ت) $(\frac{1}{13} - \frac{1}{95})(\frac{1}{13} - \frac{1}{94})(\frac{1}{13} - \frac{1}{93}) \dots (\frac{1}{13} - \frac{1}{5})$

ث) $(-1)^{68} + (-1)^{69} + (-1)^{70} + \dots + (-1)^{128}$

درس دوم: معرفی عددهای گویا

اعداد گویا

عددهای صحیح برای بیان بسیاری از مثال‌های اطراف ما کافی نیستند. اعدادی که در ادامه معرفی می‌کنیم به این نیاز ما پاسخ می‌دهند. اکنون به محور زیر و اعداد متناظر با هر نقطه توجه کنید:



به هر یک از اعداد بالا یک عدد گویا می‌گویند.

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، می‌توانیم هر واحد را به بی‌شمار قسمت برابر تقسیم کنیم؛ پس بین هر دو عدد صحیح بی‌شمار عدد کسری وجود دارد که جزء اعداد صحیح نیستند؛ به این اعداد، اعداد گویا گفته می‌شود.

♦ نتیجه: بین هر دو عدد بی‌شمار کسر (اعداد گویا) وجود دارد.

هر عددی که بتوانیم آن را به صورت کسر $\frac{a}{b}$ بنویسیم به طوری که a و b هر دو جزء اعداد صحیح بوده و عدد b (مخرج کسر) مخالف صفر باشد ($b \neq 0$)، عدد گویا گفته می‌شود.

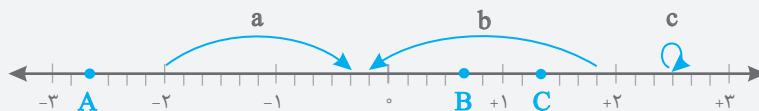
به عبارت دیگر، اعداد گویا، کسرهایی هستند که از تقسیم عدد صحیح بر عدد صحیح (به غیر از صفر) پدید می‌آیند.

تذکر: در این مبحث، اشتباه نسبتاً رایجی وجود دارد که گاهی اعداد کسری را با اعداد گویا یکی می‌دانند؛ به عنوان مثال $\frac{4}{\sqrt{7}}$ ، $\frac{\sqrt{5}}{3}$ اعداد گویا نیستند، بلکه کسر می‌باشند، زیرا $\sqrt{7}$ ، $\sqrt{5}$ جزء اعداد صحیح نیستند.

توجه: هر عدد طبیعی و صحیح را می‌توان به صورت یک عدد گویا نوشت. به نمونه‌های زیر دقت کنید:

$$-5 = \frac{-5}{1} \quad +4 = +\frac{4}{1} \quad 0 = \frac{0}{5}$$

هر نقطه و حرکت روی محور مانند بخش اعداد صحیح، متناظر با یک عدد گویا است به عنوان مثال به محور زیر دقت کنید:



برای اینکه مشخص کنیم هر نقطه چه عددی را نشان می‌دهد، ابتدا باید ببینیم هر واحد به چند قسمت مساوی تقسیم شده است که در اینجا هر واحد به ۶ قسمت مساوی تقسیم شده است؛ پس مخرج کسر را عدد ۶ قرار می‌دهیم سپس از صفر شروع به شمردن کرده و جلو می‌رویم تا به نقطه مورد نظر برسیم عددی که به دست می‌آید صورت کسر است. برای تعیین علامت آن نیز اگر در سمت راست صفر

باشد مثبت و اگر در سمت چپ صفر باشد منفی خواهد بود. در محور بالا مختصات نقاط داده شده به این ترتیب است:

$$A = -\frac{16}{6} = -2\frac{4}{6} \quad B = \frac{4}{6} \quad C = \frac{10}{6} = 1\frac{2}{6}$$

تذکر: نقاط داده شده را به صورت عدد مخلوط نیز می‌توان نمایش داد. در اعداد مخلوط نیز اگر صورت و مخرج قسمت کسری عدد صحیح باشد عدد مخلوط مورد نظر گویا است؛ اما اگر صحیح نباشند، عدد مخلوط نیز گویا نیست.

برای اینکه مشخص کنیم هر حرکت روی محور چه عددی را نشان می‌دهد، ابتدا باید ببینیم هر واحد به چند قسمت مساوی تقسیم شده است که نشان دهندهٔ مخرج است سپس از ابتدای حرکت تا انتهای آن را شمرده و در صورت کسر قرار می‌دهیم. برای تعیین علامت کسر به دست آمده به جهت حرکت نگاه می‌کنیم، اگر در جهت مثبت محور باشد علامت آن مثبت و اگر در جهت منفی محور باشد علامت آن منفی خواهد بود.

با توجه به توضیحات، داریم: $\bar{a} = +\frac{10}{6} = +1\frac{4}{6}$ $\bar{b} = -\frac{12}{6} = -2$ $\bar{c} = 0$

قرینهٔ اعداد گویا: برای قرینه کردن اعداد گویا همانند آنچه در مورد قرینهٔ اعداد صحیح گفته شده عمل می‌کنیم.

بیشتر تعریف کنیم

تمرین ۱۸ جدول را مانند نمونه کامل کنید. با توجه به جدول نتایج ۱ و ۲ را کامل کنید.

عدد	نوع
$\sqrt{\sqrt{49}}$	
$-\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}}$	
$\frac{-1}{5^2}$	
۰	
$-2/3$	
$\sqrt{9}$	
$-\frac{8}{4}$	
$-(-(+3))$	✓
	طبیعی
	✓
	صحیح
	✓
	گویا

نتیجه ۱: هر عدد طبیعی یک عدد گویا

نتیجه ۲: هر عدد صحیح یک عدد گویا

آیا می‌توان گفت هر عدد گویا، یک عدد طبیعی هم است؟

تمرین ۱۹ اعداد مخلوط را به کسر و کسرها را به عدد مخلوط تبدیل کنید.

الف) $-2\frac{3}{5}$ ب) $-\frac{18}{7}$

پ) $1\frac{5}{6}$ ت) $+\frac{19}{6}$

تمرین ۲۰ بین دو عدد ۲- و ۳- چند عدد صحیح و چند عدد گویا وجود دارد؟

تمرین ۲۱ عبارتهای سمت راست را به یکی از اعداد ستون سمت چپ وصل کنید. (یک عدد در سمت چپ اضافی است)

۱	الف) عددی صحیح بین $\frac{1}{4}$ و $-\frac{3}{4}$
$\frac{2}{3}$	ب) عددی طبیعی بین $-\frac{1}{3}$ و $+2$
$\frac{1}{6}$	پ) عددی گویا بین صفر و $\frac{1}{5}$
۰	

نقطه مشخص شده $\frac{1}{4}$ را نشان می‌دهد. حال هر واحد محور بالا را به ۴ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم.



همان‌طور که می‌بینید مکان نقطه مورد نظر تغییر نمی‌کند. این بار نقطه مورد نظر کسر $\frac{2}{8}$ را نشان می‌دهد. بار دیگر هر واحد محور اول را به ۶ قسمت مساوی تقسیم‌بندی می‌کنیم. این بار نقطه مورد نظر کسر $\frac{3}{6}$ را نشان می‌دهد.



همان‌طور که می‌بینید نقاط تغییری نکرده و با هم برابرند، اما قسمت‌بندی‌ها در هر مرحله متفاوت است.

با توجه به محورهای می‌نویسیم: $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{6}$ ، با دقت در کسرها می‌بینیم که اگر صورت و مخرج کسر اول (یعنی $\frac{1}{4}$) را در ۲ ضرب کنیم کسر دوم (یعنی $\frac{2}{8}$) به دست می‌آید؛ همچنین اگر صورت و مخرج کسر اول (یعنی $\frac{1}{4}$) را در ۳ ضرب کنیم کسر سوم (یعنی $\frac{3}{6}$) به دست می‌آید. همچنین اگر این روند را ادامه دهیم به کسرهای مساوی دیگری هم می‌رسیم:

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{6} = \dots$$

در نتیجه برای نوشتن کسرهای مساوی، کفایت صورت و مخرج کسر را در عددی مشترک ضرب کنیم و از آن جایی که بی‌شمار عدد داریم؛ پس می‌توان بی‌شمار کسر مساوی نوشت.

مثال ۱: با ساده کردن هر یک از کسرهای زیر کسرهای مساوی برای آن‌ها پیدا کنید.

الف) $-\frac{117}{6}$ ب) $+\frac{66}{24}$ پ) $-\frac{90}{115}$

در ساده کردن کسرها می‌توانیم از همان ابتدا ب.م.م عدد صورت و عدد مخرج را به دست آورده صورت و مخرج کسر را بر ب.م.م آن‌ها تقسیم کنیم. برای یادآوری مبحث ب.م.م دو عدد به فصل ۲ مراجعه کنید.

الف) $-\frac{117 \div 3}{6 \div 3} = -\frac{39}{2} = -19\frac{1}{2}$ ب) $+\frac{66 \div 6}{24 \div 6} = +\frac{11}{4} = +2\frac{3}{4}$ پ) $-\frac{90 \div 5}{115 \div 5} = -\frac{18}{23}$

$\frac{(-28) \times (-3) \times (-2)}{(-18) \times (+4) \times (-2)}$

مثال ۲: کسر روبه‌رو را تا حد امکان ساده کنید.

می‌دانیم فقط در صورتی می‌توانیم عددی را در صورت و مخرج ساده کنیم که بین آن‌ها علامت ضرب وجود داشته باشد در غیر این صورت اگر در صورت و مخرج کسری عملی غیر از ضرب وجود داشت، ابتدا حاصل عملیات را به دست می‌آوریم. برای ساده کردن کسرهایی که بین اعداد صورت و مخرج علامت ضرب وجود دارد ابتدا کسر را تعیین علامت می‌کنیم. برای این کار تعداد منفی‌های موجود در کسر را می‌شماریم. اگر تعداد آن‌ها فرد باشد علامت کسر منفی و اگر تعداد منفی‌ها زوج باشد علامت کسر مثبت می‌شود. در اینجا چون تعداد منفی‌ها فرد است، پس علامت حاصل، منفی می‌باشد. پس داریم:

$$\frac{\cancel{(-28)} \times \cancel{(-3)} \times \cancel{(-2)}}{\cancel{(-18)} \times \cancel{(+4)} \times \cancel{(-2)}} = -\frac{7}{6}$$

مثال ۳: در عبارتهای زیر مقدار x را بیابید.

الف) $-\frac{4}{7} = -\frac{12}{x}$ ب) $\frac{x}{5} = -\frac{8}{14}$

الف) این دو کسر با هم مساویند و هر دو دارای علامت منفی می‌باشند، پس می‌توان برای محاسبه مقدار x علامت منفی هر دو را در نظر گرفت و مقدار x را بدست آورد:

$$x = \frac{7 \times 12}{4} = 21 \Rightarrow x = 21$$

$$\text{ب) } x = \frac{5 \times (-8)^{-4}}{14^7} = \frac{-20}{7} = -2\frac{6}{7} \Rightarrow x = -2\frac{6}{7}$$

بیشتر تعریف کنیم



$$\frac{1}{3} = -\frac{2}{6} = -\frac{3}{9}$$

تمرین ۳۶ تساوی روبه‌رو را روی محور نمایش دهید: (توجه: در هر محور همه واحدها به یک اندازه هستند).

تمرین ۳۷ کسرهای زیر را تا حد امکان ساده کنید.

$$\text{الف) } -\frac{120}{72}$$

$$\text{ب) } -\frac{144}{64}$$

$$\text{پ) } \frac{(-24) \times (-36) \times (+48)}{(-72) \times (+72) \times (-24)}$$

$$\text{ت) } \frac{-91 \times (27 - 14)}{(-26) \times (+14)}$$

تمرین ۳۸ در هر عبارت مقدار x را بدست آورید.

$$\text{الف) } -\frac{28}{49} = -\frac{x}{56}$$

$$\text{ب) } -\frac{24}{15} = -\frac{x}{45}$$

تمرین ۳۹ کسری معادل $\frac{2}{5}$ پیدا کنید که مجموع صورت و مخرج آن ۲۱۰ باشد.

تمرین ۴۰ کسری معادل $\frac{3}{7}$ پیدا کنید که اختلاف صورت و مخرج آن ۱۲۰ باشد.

درس دوم: معرفی عددهای گویا

تعیین علامت عدد گویا

تعیین علامت عدد گویا به کمک محور: برای تعیین علامت اعداد گویا، ابتدا تعیین علامت اعداد کسری را بیان می‌کنیم. به محورهای زیر دقت کنید در هر مرحله، عدد متناظر با حرکت آبی ۵- می‌باشد که اگر هر حرکت آبی را به قسمت‌های مساوی تقسیم کنیم متناظر با هر قسمت می‌توان یک کسر نوشت.

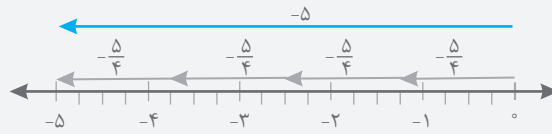
اگر حرکت آبی را که ۵- می‌باشد به ۵ قسمت مساوی تقسیم کنیم (یعنی $\frac{-5}{5}$)، پنج حرکت $\frac{-5}{5}$ یا همان ۱- حاصل می‌شود، پس می‌نویسیم:

$$\frac{-5}{5} = -\frac{5}{5} = -1$$

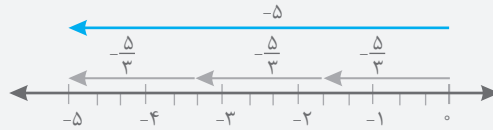




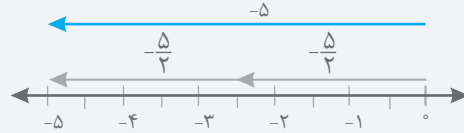
اگر حرکت ۵- را به چهار قسمت مساوی تقسیم کنیم (یعنی $\frac{-5}{4}$) چهار حرکت $\frac{-5}{4}$ - به دست می‌آید، پس می‌نویسیم:



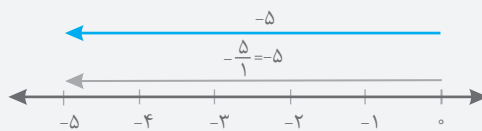
اگر حرکت ۵- را به سه قسمت مساوی تقسیم کنیم (یعنی $\frac{-5}{3}$) سه حرکت $\frac{-5}{3}$ - به دست می‌آید، پس می‌نویسیم:



اگر حرکت ۵- را به دو قسمت مساوی تقسیم کنیم (یعنی $\frac{-5}{2}$) دو حرکت $\frac{-5}{2}$ - به دست می‌آید، پس می‌نویسیم:



اگر حرکت ۵- را به یک قسمت تقسیم کنیم (یعنی $\frac{-5}{1}$) یک حرکت $\frac{-5}{1}$ - یا همان ۵- به دست می‌آید، پس می‌نویسیم:



از تساوی‌های بالا نتیجه می‌گیریم که: $\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$ ، باید توجه داشت که b (مخرج کسرها) مخالف صفر است ($b \neq 0$).

تعیین علامت اعداد گویا بدون استفاده از محور: از آنجایی که خط کسری نشان دهنده تقسیم است، می‌توانیم ابتدا آن را به صورت تقسیم

دو عدد صحیح نوشته سپس با توجه به تقسیم اعداد صحیح آن را تعیین علامت کنیم:

مثال ۱: $\frac{-5}{+6} = (-5) \div (+6) = -\frac{5}{6}$

مثال ۲: $\frac{-9}{-11} = (-9) \div (-11) = +\frac{9}{11}$

جهت تعیین علامت سریع یک عبارت می‌توانیم مانند تعیین علامت اعداد صحیح عمل کنیم، به طوری که هرگاه تعداد منفی‌ها فرد بود،

علامت حاصل منفی و هرگاه تعداد منفی‌ها زوج بود علامت حاصل مثبت می‌شود:

مثال ۱: $-\left[-\left(\frac{+3}{-7}\right)\right] = -\frac{3}{7}$

تعداد منفی‌ها فرد است

مثال ۲: $-\left(-\left(\frac{-26}{15}\right)\right) = +\frac{26}{15}$

تعداد منفی‌ها زوج است

مقایسه اعداد گویا: ابتدا کسرها را تعیین علامت کرده سپس با توجه به حالت‌های زیر آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم؛

حالت اول: هر عدد گویای مثبت از صفر بزرگ‌تر و هر عدد گویای منفی از صفر کوچک‌تر است.

حالت دوم: هر گاه هر دو کسر مثبت باشد:

مثال: $\frac{1}{13} > \frac{7}{13}$

(۱) اگر مخرج دو کسر برابر باشد، کسری بزرگ‌تر است که صورت آن بزرگ‌تر باشد:

مثال: $\frac{8}{5} < \frac{8}{3}$

(۲) اگر صورت دو کسر برابر باشد، کسری بزرگ‌تر است که مخرج آن کوچک‌تر باشد:

(۳) اگر صورت‌ها و مخرج‌ها متفاوت باشند ابتدا مخرج مشترک گرفته سپس طبق قسمت اول عمل می‌کنیم:

مثال: $\frac{3}{5} \times \frac{7}{8} \Rightarrow \frac{3 \times 7}{5 \times 8} \Rightarrow \frac{21}{40}$

حالت سوم؛ هرگاه هر دو کسر منفی باشند:

مثال: $-\frac{8}{9} < -\frac{7}{9}$

(۱) اگر مخرج‌ها مساوی باشند، کسری بزرگ‌تر است که صورت کوچک‌تری داشته باشد:

مثال: $-\frac{15}{13} > -\frac{15}{9}$

(۲) اگر صورت‌ها مساوی باشند کسری بزرگ‌تر است که مخرج بزرگ‌تری داشته باشد:

(۳) اگر صورت‌ها و مخرج‌ها متفاوت باشند، ابتدا مخرج مشترک گرفته سپس طبق قسمت (۱) همین حالت عمل می‌کنیم.

مثال: $-\frac{4}{9} - \frac{5}{11} \Rightarrow -\frac{4 \times 11}{9 \times 11} - \frac{5 \times 9}{11 \times 9} \Rightarrow -\frac{44}{99} - \frac{45}{99}$

حالت چهارم؛ اگر یکی از کسرها مثبت و دیگری منفی باشد، همواره اعداد مثبت بزرگ‌تر از اعداد منفی هستند.

دقت شود! در اعداد منفی روی محور، عددی بزرگ‌تر است که به صفر نزدیک‌تر باشد.

همان‌طور که گفتیم، بین هر دو عدد صحیح، بی‌شمار کسر وجود دارد. حال می‌خواهیم سه کسر بنویسیم که از صفر بزرگ‌تر و از ۱ کوچک‌تر باشد، به عبارتی: $0 < x < 1$ ؟ می‌دانیم هر کسری که صورتش از مخرجش کوچک‌تر باشد، کسر کوچک‌تر از واحد است و بین صفر و ۱ قرار دارد پس می‌توانیم کسرهای $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ را مثال بزنیم.

حال اگر $-3 < x < -2$ باشد یعنی اعدادی که بین -۲ و -۳ می‌باشند، برای x سه کسر می‌نویسیم؛ مثال: $-\frac{7}{8}, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}$.

به نمونه دیگری توجه کنید: اگر $x > -4$ باشد، یعنی اعدادی که از -۴ بزرگ‌تر می‌باشند، برای x دو کسر می‌نویسیم؛ مثال:

$-\frac{9}{10}, -\frac{1}{2}$

بیشتر تمرین کنیم



تمرین ۳۱: هر یک از تساوی‌های زیر را روی محور نشان دهید.

الف) $\frac{-3}{4} = -\frac{3}{4}$

ب) $\frac{-7}{4} = -\frac{7}{4}$

تمرین ۳۲: هر یک از کسرهای زیر را با یک علامت بنویسید.

الف) $-\frac{4}{5}$ ب) $(-\frac{3}{-7})$

تمرین ۳۳: مقایسه کنید.

الف) $-\frac{5}{9}$ $-\frac{5}{19}$

ب) $-\frac{8}{11}$ $-\frac{2}{11}$

پ) $-1/4$ $-1\frac{3}{5}$

$-\frac{3}{4}, \frac{3}{7}, -1\frac{1}{4}, -\frac{11}{3}, 1/27, -3, \frac{19}{80}$

تمرین ۳۴: اعداد روبه‌رو را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

درس دوم: معرفی اعداد گویا

یه پله بالاتر؛ طبقه‌بندی کسرها

می‌دانیم که از تقسیم صورت یک کسر بر مخرج آن می‌توان به یک عدد صحیح یا اعشاری رسید. به نمونه‌های زیر دقت کنید.

$$\frac{7}{5} = 1/4$$

$$\frac{11}{20} = 0/55$$

$$\frac{7}{8} = 0/875$$

$$\frac{5}{21} \approx 0/238...$$

$$\frac{13}{6} = 2/1666...$$

$$\frac{8}{55} \approx 0/14545...$$

با مقایسه حاصل کسرها بالا می‌توان کسرها را به دو دسته طبقه‌بندی کرد:

دسته اول (مختوم): کسرهایی ساده نشدنی که حاصل تقسیم صورت بر مخرج یک عدد اعشاری، با تعداد ارقام اعشاری محدود می‌باشد و همچنین باقی مانده تقسیم صورت بر مخرج صفر است. در این گونه کسرها مخرج کسر فقط از حاصل ضرب اعداد اول ۲، ۵ یا هر دوی آن‌ها تشکیل شده است. (در صورتی که فراموش کرده‌اید اعداد اول چه عددی هستند به فصل ۲ مراجعه کنید).

$$\frac{7}{5}$$

$$\frac{11}{20} = \frac{11}{(2) \times (2) \times (5)}$$

$$\frac{7}{8} = \frac{7}{(2) \times (2) \times (2)}$$

دسته دوم (متناوب): کسرهایی ساده نشدنی که حاصل تقسیم صورت بر مخرج یک عدد اعشاری، با تعداد ارقام اعشاری نامحدود می‌باشد و همچنین باقی مانده تقسیم صورت بر مخرج هیچگاه صفر نمی‌شود.

$$\frac{5}{21} = \frac{5}{(3) \times (7)}$$

اعداد اولی غیر از ۲ و ۵

$$\frac{13}{6} = \frac{13}{(2) \times (3)}$$

عدد اولی به غیر از ۲ و ۵

$$\frac{8}{55} = \frac{8}{(5) \times (11)}$$

عدد اولی به غیر از ۲ و ۵

همان‌طور که می‌بینید در مخرج این کسرها (پس از تجزیه به حاصلضرب اعداد اول) عدد اولی به غیر از ۲ و ۵ به چشم می‌خورد.

بیشتر تعریف کنیم



تمرین ۳۵ کسر $\frac{3}{5}$ ، $\frac{5}{14}$ را در نظر بگیرید. از بین کسرهایی « $\frac{9}{11}$ ، $\frac{13}{50}$ ، $\frac{4}{33}$ ، $\frac{37}{10}$ » کدام کسرها در طبقه کسر $\frac{3}{5}$ و کدام کسرها در طبقه مربوط به کسر $\frac{5}{14}$ قرار می‌گیرند. جدول را کامل کنید.

	$\frac{3}{5}$
	$\frac{5}{14}$

درس دوم: معرفی اعداد گویا

یه پله بالاتر؛ روش محاسبه مقدار تقریبی عبارت‌های گویا

گاهی اوقات بدست آوردن مقدار دقیق یک عبارت که شامل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم اعداد گویا است به دلیل مخرج مشترک‌گیری یا محاسبات سخت، وقت‌گیر می‌باشد از طرفی بدست آوردن مقدار تقریبی آن عبارت برای ما کفایت می‌کند.

در این مواقع می توان اعداد اعشاری و یا کسری را به نزدیک ترین عدد صحیح تقریب زد. به عنوان نمونه اگر یک زمین به شکل مثلث و به اضلاع $۱۱/۰۰۳$, $۲۴/۷$, $۹/۸۶۷$ داشته باشیم و بخواهیم دور تا دور آن را نرده کشی کنیم کافی است مقدار تقریبی محیط آن را به دست آوریم تا بفهمیم تقریباً چقدر نرده نیاز داریم.

برای اینکه اعداد اعشاری را به نزدیکترین عدد صحیح تقریب بزنیم کفایت به اولین رقم بعد از اعشار توجه کنیم اگر آن عدد بزرگتر یا مساوی ۵ باشد به مقدار صحیح آن یک واحد اضافه می کنیم در این صورت مقدار تقریبی، همان عدد صحیح بعلاوه یک می باشد و اگر اولین رقم بعد از اعشار کوچکتر از ۵ باشد مقدار تقریبی عدد همان عدد صحیح آن می باشد، به نمونه ها دقت کنید:

$$۶۷۵/۹۸ \approx ۶۷۵ + ۱ = ۶۷۶$$

↓
بزرگتر از ۵

$$-۲۳/۳۴ \approx -۲۳$$

↓
کوچکتر از ۵

$$-۸/۸۴ \approx -(۸+۱) = -۹$$

↓
بزرگتر از ۵

برای اینکه اعداد کسری بزرگتر از واحد را به نزدیکترین عدد صحیح تقریب بزنیم ابتدا کسر را به عدد مخلوط تبدیل می کنیم، اگر صورت کسر از نصف مخرج بیشتر باشد مقدار تقریبی آن کسر یک و اگر صورت کسر از نصف مخرج کوچکتر باشد مقدار تقریبی آن کسر را صفر تقریب می زنیم، به نمونه های زیر دقت کنید:

$$\frac{۷۵}{۲۰} = ۳ \frac{۱۵}{۲۰} \stackrel{(۱)}{\approx} ۳ + ۱ = ۴ \quad \left(\frac{۱۵}{۲۰} \approx ۱ \text{ پس } ۲ \div ۲ = ۱ \text{ بیشتر است. می باشد.} \right)$$

$$\frac{۸۳}{۸۰} = ۱ \frac{۳}{۸۰} \stackrel{(۲)}{\approx} ۱ + ۰ = ۱ \quad \left(\frac{۳}{۸۰} \approx ۰ \text{ کمتر است پس } ۸۰ \div ۲ = ۴۰ \right)$$

بیشتر تعریف کنیم



تمرین ۳۶ مقدار تقریبی هریک از عددهای زیر را به دست آورید.

الف) $-۲۳/۷۶۱$ ب) $۴۲۳/۱۷$

پ) $\frac{۹۱}{۷۳}$ ت) $-\frac{۱۴۲}{۱۱۱}$

تمرین ۳۷ ابتدا عددها را به صورت تقریبی به نزدیکترین عدد صحیح گرد کرده سپس حاصل را بدست آورید.

الف) $-\frac{۲۱}{۸۹} + \frac{۲۵}{۱۴} \times ۲ \frac{۲۰}{۹۱} - ۰/۷۱۴$

ب) $\frac{۲۹}{۸} \div ۲/۰۰۷ \times -\frac{۳}{۱۱} + ۲/۹۴۳$

پ) $-\frac{۲}{۷۳} + ۴ \frac{۵۷}{۵۱} - ۳ \frac{۳}{۱۰۲} \times ۱ \frac{۱۲۵}{۸۶}$

درس سوم: جمع و تفریق عددهای گویا

جمع و تفریق اعداد گویا به کمک حرکت روی محور

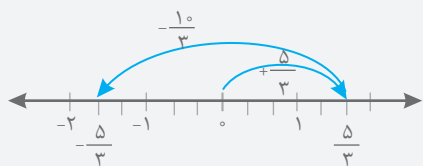
برای نوشتن جمع متناظر به کمک محور به صورت زیر عمل می‌کنیم:

گام اول: ابتدا عدد متناظر با حرکت اول (حرکتی که از صفر آغاز شده) را می‌نویسیم.

گام دوم: عدد متناظر با حرکت دوم (حرکتی که از انتهای حرکت اول شروع شده) را نوشته و با عدد متناظر حرکت اول جمع می‌کنیم.

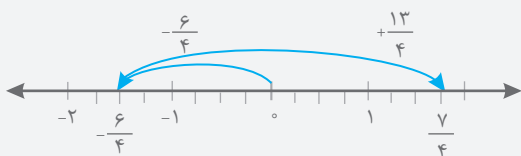
گام سوم: نقطه انتهایی حرکت دوم حاصل جمع این دو حرکت است.

مثال:



$$\left(+\frac{5}{3}\right) + \left(-\frac{10}{3}\right) = \left(-\frac{5}{3}\right)$$

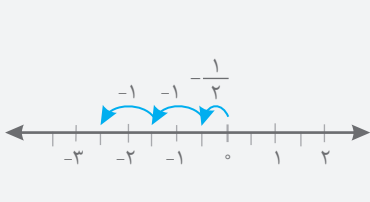
عدد متناظر با حرکت اول از صفر
عدد متناظر با حرکت دوم از انتهای حرکت اول
عدد متناظر با نقطه انتهایی حرکت دوم



$$\left(-\frac{6}{4}\right) + \left(+\frac{13}{4}\right) = \left(+\frac{7}{4}\right)$$

عدد متناظر با حرکت اول از صفر
عدد متناظر با حرکت دوم از انتهای حرکت اول
عدد متناظر با نقطه انتهایی حرکت دوم

توجه: اگر دو یا چند حرکت پشت سرهم روی محور رسم شده باشد و حرکت اول از صفر آغاز شود نقطه انتهایی حرکت آخر، حاصل جمع اعداد متناظر حرکت‌ها است، به نمونهٔ روبه‌رو دقت کنید.

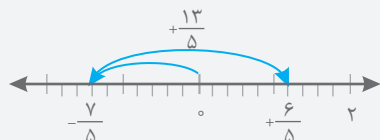


$$\left(-\frac{1}{2}\right) + (-1) + (-1) = -2\frac{1}{2}$$

عدد متناظر با حرکت اول از صفر
عدد متناظر با حرکت دوم از انتهای حرکت اول
عدد متناظر با حرکت سوم از انتهای حرکت دوم
عدد متناظر با نقطه انتهایی حرکت سوم

حال می‌خواهیم به کمک محور حاصل جمع $\left(-\frac{7}{5}\right) + \left(+\frac{13}{5}\right)$ را بدست آوریم.

ابتدا هر واحد را به 5 قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. عدد اول $\left(-\frac{7}{5}\right)$ حرکت اول از صفر و عدد دوم $\left(+\frac{13}{5}\right)$ حرکت دوم از انتهای حرکت اول می‌باشد و جواب، انتهای حرکت دوم می‌باشد.

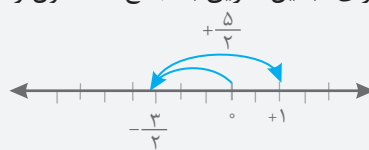


$$\left(-\frac{7}{5}\right) + \left(+\frac{13}{5}\right) = \left(+\frac{6}{5}\right)$$

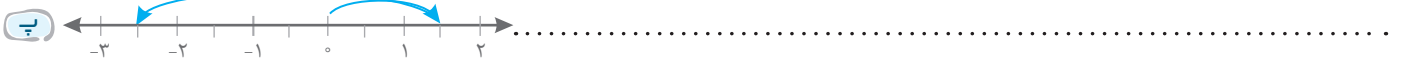
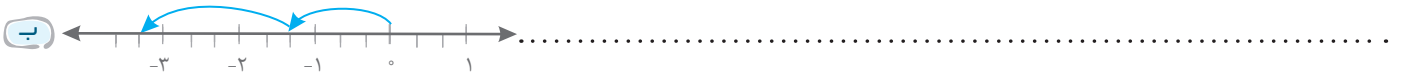
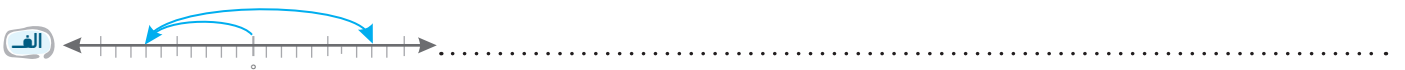
نکته: می‌توان با تبدیل تفریق به جمع، تفریق‌های اعداد گویا را نیز روی محور نمایش داد.

یادآوری: برای تبدیل تفریق به جمع، عدد اول را نوشته، تفریق به جمع تبدیل شده و عدد دوم قرینه می‌شود. به نمونهٔ زیر دقت کنید:

$$-\frac{3}{2} - \left(-\frac{5}{2}\right) \xrightarrow{\text{تبدیل تفریق به جمع}} -\frac{3}{2} + \left(-\left(-\frac{5}{2}\right)\right) = -\frac{3}{2} + \left(+\frac{5}{2}\right) = +\frac{2}{2} = +1$$



تمرین ۳۸: جمع متناظر با محورهای زیر را بنویسید.



تمرین ۳۹: جمع و تفریق‌های زیر را روی محور نمایش دهید و حاصل را به دست آورید.

الف $(+\frac{5}{4}) + (-\frac{11}{4})$

ب $(-\frac{3}{5}) - (-\frac{11}{5})$

تمرین ۴۰: هر عبارت را به جمع دو کسر تبدیل کنید.

الف $-1\frac{1}{4} - 0\frac{7}{3}$

ب $-13\frac{1}{5} - (-23)$

تمرین ۴۱: ابتدا تفریق روبه‌رو را به جمع تبدیل کرده سپس آن را روی محور نمایش دهید و حاصل را به دست آورید.

$(-\frac{4}{5}) - (-\frac{13}{5})$

درس سوم: جمع و تفریق عددهای گویا

جمع و تفریق اعداد گویا بدون استفاده از محور

به نمونه‌های روبه‌رو دقت کنید:

$$\frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{-4+3}{5} = \frac{-1}{5}$$

$$\frac{3}{7} - (-\frac{5}{7}) = \frac{-3-(-5)}{7} = \frac{-3+5}{7} = \frac{2}{7}$$

نکته: برای به دست آوردن حاصل جمع و تفریق اعداد گویا مخرج کسرها باید یکسان باشد. در غیر این صورت ابتدا باید مخرج‌ها را یکی کرده یا به عبارتی مخرج مشترک بگیریم. در مخرج مشترک‌گیری بهتر است از ک.م.م مخرج‌ها استفاده شود.

روش‌های بدست آوردن مخرج مشترک دو کسر

۱) اگر مخرج بزرگ‌تر بر مخرج کوچک‌تر بخش‌پذیر بود، همان مخرج بزرگ‌تر، به عنوان مخرج مشترک در نظر گرفته می‌شود.

مثال: $(-\frac{1 \times 4}{3 \times 4}) + (-\frac{5}{12}) = \frac{-4-5}{12} = \frac{-9}{12}$

۲) از میان مخرج‌ها، اگر مخرج بزرگ‌تر به مخرج‌های دیگر بخش‌پذیر نبود، بزرگ‌ترین مخرج را در نظر گرفته، این عدد را دو برابر، سه برابر و... می‌کنیم. کوچکترین مضرب این عدد که بر مخرج‌های دیگر بخش‌پذیر باشد، کوچک‌ترین مخرج مشترک است. به نمونه زیر دقت کنید:

$$(-\frac{2}{9}) + (-\frac{1}{6})$$

برای به‌دست آوردن حاصل جمع این دو کسر، طبق روش (۲) می‌بینیم که دومین مضرب ۹ یعنی ۱۸ بر عدد ۶ نیز بخش‌پذیر است، پس ۱۸ مخرج مشترک این دو کسر است:

$$\left(-\frac{۲ \times ۲}{۹ \times ۲}\right) + \left(-\frac{۱ \times ۳}{۶ \times ۳}\right) = \frac{-۴ - ۳}{۱۸} = \frac{-۷}{۱۸}$$

(۳) دقت کنید اگر در مخرج دو عدد اول و یا دو عدد متوالی باشند، کوچک‌ترین مخرج مشترک آنها، همان حاصل‌ضربشان می‌باشد. زیرا ب.م.م آنها برابر یک است و هرگاه ب.م.م دو عدد برابر ۱ باشد ک.م.م آنها برابر حاصل‌ضربشان می‌باشد.

مثال: حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

(الف) $-\frac{۳}{۷} + \left(-\frac{۵}{۸}\right)$ (ب) $\frac{-۲}{۳} - \left(-\frac{۵}{۷}\right)$

(الف) اعداد مخرج‌ها دو عدد متوالی می‌باشند. پس ک.م.م آنها برابر حاصل‌ضربشان می‌باشد:

$$-\frac{۳ \times ۸}{۷ \times ۸} + \left(-\frac{۵ \times ۷}{۸ \times ۷}\right) = \frac{-۲۴ + (-۳۵)}{۵۶} = \frac{-۲۴ - ۳۵}{۵۶} = \frac{-۵۹}{۵۶} = -۱\frac{۳}{۵۶}$$

(ب) اعداد مخرج‌ها دو عدد اول می‌باشند. پس ک.م.م آنها برابر حاصل‌ضربشان است:

$$-\frac{۲ \times ۷}{۳ \times ۷} - \left(-\frac{۵ \times ۳}{۷ \times ۳}\right) = \frac{-۱۴ - (-۱۵)}{۲۱} = \frac{-۱۴ + ۱۵}{۲۱} = \frac{+۱}{۲۱}$$

نکته: دقت کنید که علامت پشت هر کسر فقط متعلق به همان کسر است.

با توجه به نکته قبل می‌خواهیم ببینیم کدام عبارت درست محاسبه شده است.

(الف) $-\frac{۳}{۷} - \frac{۲}{۷} = -\frac{۳-۲}{۷} = -\frac{۱}{۷}$ (ب) $-\frac{۳}{۷} - \frac{۲}{۷} = \frac{-۳-۲}{۷} = -\frac{۵}{۷}$

قسمت (ب) درست محاسبه شده است. با توجه به نکته قبل علامت پشت هر کسر متعلق به همان کسر است، در صورتی که در قسمت (الف) علامت منفی پشت $\frac{۳}{۷}$ برای کل عبارت در نظر گرفته شده و حاصل عبارت غلط محاسبه شده است.

بیشتر تمرین کنیم



تمرین ۴۲: حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

(الف) $\frac{-۲}{۹} - \frac{۱}{۲۴} + \frac{۷}{۱۸}$

(ب) $-۲\frac{۱}{۳} - \left(۱\frac{۱}{۴} - ۳\frac{۱}{۲}\right)$

(پ) $-\frac{-۳}{-۲} - \left(\frac{-۵}{+۳}\right)$

تمرین ۴۳: ابتدا عددهای مخلوط زیر را به کسر تبدیل کنید، سپس هر عدد مخلوط را به صورت جمع عدد صحیح و کسری درآورید. حاصل را به دست آورده و پاسخ‌ها را با هم مقایسه کنید.

(الف) $+۳\frac{۲}{۵}$

(ب) $-۷\frac{۱}{۲}$

تمرین ۴۴: عدد $2\frac{1}{3}$ با کدام گزینه برابر است؟ چرا؟

الف) $-2 + \frac{1}{3}$

ب) $-2 - \frac{1}{3}$

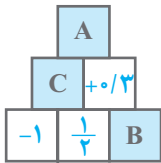
تمرین ۴۵: اعداد A, B, C, D, E را طوری بدست آورید که حاصل جمع همه سطرها و ستونها صفر شود.

$\frac{5}{3}$	D	E
A	$-2\frac{1}{3}$	B
$-\frac{1}{2}$	C	$\frac{3}{4}$

.....

تمرین ۴۶: در نمودار مقابل مجموع هر دو عدد خانه‌های مجاور در خانه بالایی آنها قرار می‌گیرد. عددی که در خانه A و B قرار

می‌گیرد، کدام است؟



.....

درس سوم: جمع و تفریق عددهای گویا

یہ پلہ بالاتر؛ کسرهای تلسکویی

می‌خواهیم حاصل عبارت A را محاسبه کنیم:

$$A = \frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8}$$

$$\frac{2}{3 \times 5} = \frac{2}{15}, \frac{2}{5 \times 7} = \frac{2}{35}, \frac{1}{7 \times 8} = \frac{1}{56}$$

واضح است که ابتدا باید هر کسر را به صورت ساده‌تری بنویسیم:

$$A = \frac{2}{15} + \frac{2}{35} + \frac{1}{56}$$

پس:

حال باید مخرج مشترک این سه کسر را بدست آوریم که مطابق آنچه در سال گذشته آموختید و همچنین یادآوری فصل ۲ خواهیم داشت:

$$\left. \begin{array}{l} 15 = 3 \times 5 \\ 35 = 5 \times 7 \\ 56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \end{array} \right\} \Rightarrow [15, 35, 56] = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 840$$

$$A = \frac{2 \times 56}{15 \times 56} + \frac{2 \times 24}{35 \times 24} + \frac{1 \times 15}{56 \times 15} = \frac{112}{840} + \frac{48}{840} + \frac{15}{840} = \frac{175}{840} = \frac{5}{24}$$

می‌بینید که این روش وقت‌گیر است. حال می‌خواهیم شما را با روش دیگری آشنا کنیم. همان‌طور که می‌بینید در هر یک از کسرهای

عبارت A اختلاف دو عدد ضرب شده در مخرج، در صورت کسر قرار گرفته، به این گونه کسرهای تلسکویی می‌گویند. حاصل

عبارت A را می‌توان به روش ساده‌تری محاسبه کرد؛ به عبارتی هر کسر تلسکویی را می‌توان به صورت تفاضل دو کسر نوشت، به بیان

دیگر مقدار عبارت سمت راست و چپ تساوی‌های روبه‌رو با هم برابر است.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{3 \times 5} = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \\ \frac{2}{5 \times 7} = \frac{1}{5} - \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7 \times 8} = \frac{1}{7} - \frac{1}{8} \end{array} \right\} \Rightarrow A = \frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} = \frac{1}{3} - \frac{1}{8} = \frac{8-3}{24} = \frac{5}{24}$$

می‌بینید که پاسخ هر دو روش با یکدیگر برابر شد.

همچنین کسره‌های $\frac{18}{7 \times 11}$, $\frac{10}{7 \times 3}$, $\frac{5}{2 \times 3}$ را نیز می‌توان نوع دیگری از کسر تلسکوپی نام‌گذاری کرد با این تفاوت که در این گونه کسرها مجموع دو عدد ضرب شده در مخرج هر کسر، در صورت آن قرار دارد. این گونه کسرها را می‌توان به صورت مجموع دو کسر نوشت.

$$\frac{18}{7 \times 11} = \frac{1}{7} + \frac{1}{11}, \quad \frac{10}{7 \times 3} = \frac{1}{7} + \frac{1}{3}, \quad \frac{5}{2 \times 3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

به عبارتی مقدار عبارت سمت راست و چپ هر تساوی با هم برابر است.

بیشتر تعریف کنیم



تمرین ۴۷: حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

الف) $A = \frac{3}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} + \frac{4}{9 \times 13} + \frac{2}{13 \times 15}$

ب) $B = \frac{12}{5 \times 7} - \frac{15}{7 \times 8} + \frac{17}{8 \times 9}$

پ) $C = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{5}{2 \times 3} - \frac{1}{3 \times 4}$

تمرین ۴۸: حاصل عبارت $A = \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56}$ چند است؟ (راهنمایی: مخرج هر کسر را به صورت حاصلضرب دو عدد متوالی بنویسید)....

درس چهارم: ضرب و تقسیم عددهای گویا

ضرب اعداد گویا

در ضرب اعداد گویا، ابتدا علامت‌ها را در هم ضرب کرده (همانند اعداد صحیح) سپس صورت را در صورت و مخرج را در مخرج ضرب می‌کنیم. در صورت امکان، کسر به دست آمده را ساده می‌کنیم. البته در عمل ضرب می‌توانیم قبل از انجام عملیات ضرب، در صورت امکان، اعداد صورت را با اعداد مخرج ساده کنیم.

مثال ۱: $-\frac{4}{3} \times (+\frac{5}{6}) = -\frac{\cancel{4} \times 5}{3 \times \cancel{6}} = -\frac{10}{9} = -1\frac{1}{9}$

مثال ۲: $-\frac{3}{5} \times (-\frac{10}{9}) = +\frac{\cancel{3} \times \cancel{10}^2}{5 \times \cancel{9}} = +\frac{2}{3}$

مثال ۳:
$$\left(-\frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{8}{15}\right) = +\frac{\cancel{3}^1 \times \cancel{8}^2}{\cancel{4}_1 \times \cancel{15}_5} = +\frac{2}{5}$$

توجه: اگر در عبارت، عدد مخلوط وجود داشته باشد، ابتدا باید آن را به کسر تبدیل کنیم.

مثال ۴:
$$\left(-5\frac{1}{4}\right) \times \left(2\frac{4}{7}\right) = \left(-\frac{21}{4}\right) \times \left(+\frac{18}{7}\right) = -\frac{\cancel{21}^3 \times \cancel{18}^9}{\cancel{4}_2 \times \cancel{7}_1} = -\frac{27}{2}$$

بیشتر تعریف کنیم



تمرین ۴۹: حاصل ضربهای زیر را بدست آورید.

الف) $\left(-\frac{30}{-28}\right) \times \left(-\frac{7}{15}\right)$

ب) $\left(-3\frac{1}{3}\right) \times \left(+2\frac{1}{5}\right) \times \left(-1\frac{7}{11}\right)$

پ) $-\frac{18}{-21} \times \left(-1\frac{5}{9}\right) \times \left(-\frac{15}{4}\right)$

درس چهارم: ضرب و تقسیم عددهای گویا

معکوس یک عدد گویا

هرگاه بخواهیم عدد گویایی را معکوس کنیم، کفایت فقط جای صورت و مخرج آن را عوض کنیم. دقت کنید علامت کسر تغییر نمی کند. به نمونه های زیر توجه کنید:

$$\frac{13}{17} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{17}{13} \qquad +\frac{7}{10} \xrightarrow{\text{معکوس}} +\frac{10}{7} \qquad -\frac{5}{-7} \xrightarrow{\text{معکوس}} +\frac{7}{5}$$

توجه: اگر بخواهیم معکوس یک عدد مخلوط را به دست آوریم، ابتدا آن را به کسر تبدیل می کنیم؛ به نمونه زیر دقت کنید:

$$-3\frac{4}{5} = -\frac{19}{5} \xrightarrow{\text{معکوس}} -\frac{5}{19}$$

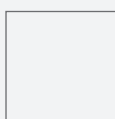
$$+1 \xrightarrow{\text{معکوس}} +1 \qquad -1 \xrightarrow{\text{معکوس}} -1$$

نکته: معکوس اعداد +1 و -1 برابر خود آن اعداد می باشد.

دقت شود عدد صفر تنها عددی است که معکوس ندارد، چون کسری که مخرج آن صفر باشد، تعریف نشده است.

$$-\frac{3}{10} \xrightarrow{\text{معکوس}} -\frac{10}{3} \Rightarrow \left(-\frac{3}{10}\right) \times \left(-\frac{10}{3}\right) = +\frac{\cancel{3} \times \cancel{10}}{\cancel{10} \times \cancel{3}} = +1$$

به نمونه روبه رو دقت کنید تا به نتیجه مهمی برسیم:



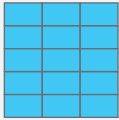
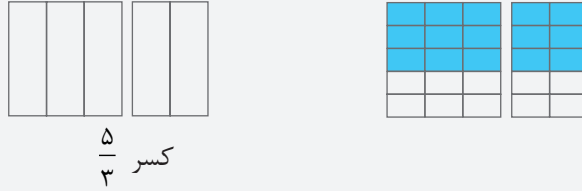
۱ واحد کامل

نتیجه: حاصل ضرب هر عدد در معکوسش یک می شود که می توان به کمک شکل نیز نشان داد. حال با استفاده

از شکل می خواهیم نشان دهیم حاصل ضرب عدد $\frac{3}{5}$ در معکوسش یعنی $\frac{5}{3}$ ، یک می شود. ابتدا یک مربع رسم

می کنیم و آن را ۱ واحد کامل در نظر می گیریم.

باید $\frac{3}{5}$ از $\frac{5}{3}$ شکل را رنگ بزنیم برای این کار کسر $\frac{5}{3}$ را رسم کرده و بعد از قسمت عرض کسر $\frac{3}{5}$ را روی آن مشخص می‌کنیم به عبارتی $\frac{3}{5}$ شکل را رنگ می‌زنیم:



حال اگر شش قسمت کوچک رنگی شکل سمت راست را در مربع واحد جابه‌جا کنیم یک واحد کامل به دست می‌آید.

بیشتر تعریف کنیم



تمرین ۵۰: معکوس هر عدد را بنویسید.

الف) $-\frac{7}{6}$ ب) $-\frac{1}{4}$ پ) $-\frac{2}{4}$

تمرین ۵۱: کدام معکوس درست نوشته شده است؟

الف) $-\frac{2}{3} \xrightarrow{\text{معکوس}} -\frac{3}{2}$ ب) $-\frac{4}{-9} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{9}{4}$ پ) $-\frac{2}{3} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{3}{11}$

تمرین ۵۲: جاهای خالی را با عدد مناسب کامل کنید.

الف) $-\frac{3}{5} \times \dots = 1$ ب) $(+\frac{1}{4}) \times \dots = 1$

تمرین ۵۳: عددهای زیر را در نظر بگیرید و معکوس هر کدام را بنویسید؛ سپس به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

$(-1)^8$.	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{2}{3}$	$+\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	$-(-1)^{67}$	عدد
							معکوس

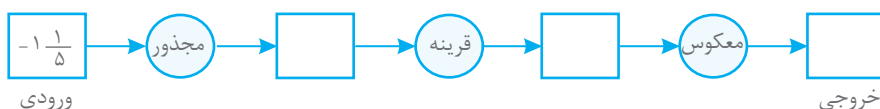
الف) معکوس کدام عدد با خودش برابر است؟

ب) معکوس کدام یک از عددهای بالا از خودش کوچک‌تر است؟

پ) معکوس کدام یک از عددهای بالا از خودش بزرگ‌تر است؟

ت) عددهای صحیح کوچک‌تر از معکوس $\frac{3}{4}$ را بنویسید. (از محور کمک بگیرید)

تمرین ۵۴: در نمودار زیر خروجی چه عددی می‌باشد؟



تساوی $\frac{4}{7} \times \frac{7}{4} = 1$ را به کمک شکل نشان دهید.

درس چهارم: ضرب و تقسیم عددهای گویا

تقسیم اعداد گویا

در تقسیم اعداد گویا همانند ضرب، ابتدا تعیین علامت کرده؛ سپس کسر اول را نوشته، تقسیم را به ضرب تبدیل کرده و کسر دوم را به صورت معکوس می‌نویسیم. (می‌توانیم پس از تبدیل به ضرب در صورت ساده شدن همان جا کسر را ساده کنیم.) به مثال‌های زیر دقت کنید:

$$\text{مثال ۱: } \left(-\frac{4}{5}\right) \div \left(+\frac{1}{2}\right) = -\left(\frac{4}{5} \times \frac{2}{1}\right) = -\frac{8}{5} = -\frac{1\frac{3}{5}}$$

$$\text{مثال ۲: } \left(-2\frac{1}{5}\right) \div (-77) = +\left(\frac{11}{5} \times \frac{1}{77}\right) = +\frac{1}{35}$$

$$\text{مثال ۳: } \frac{-2}{3} \div \frac{5}{5} = -\frac{2}{3} \div \frac{5}{5} = -\left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}\right) = -\frac{2}{15}$$

(می‌دانیم خط کسری همان تقسیم می‌باشد.)

دقت کنید که در تقسیم اعداد گویا نیز اعداد مخلوط را باید ابتدا به کسر تبدیل کنیم. به نمونه‌های زیر دقت کنید.

$$\text{الف) } 1 \div \left(+\frac{3}{4}\right) = +\left(1 \times \frac{4}{3}\right) = +\frac{4}{3}$$

$$\text{ب) } 1 \div \left(-2\frac{3}{5}\right) = -\left(1 \div \frac{13}{5}\right) = -\left(1 \times \frac{5}{13}\right) = -\frac{5}{13}$$

◆ نتیجه: حاصل تقسیم عدد یک بر هر عدد گویا برابر با معکوس همان عدد است.

بیشتر تعریف کنیم



تمرین ۵۶ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $\left(\frac{7}{8} - \left(-\frac{3}{4}\right)\right) \div \frac{1}{13}$

ب) $2 - \frac{1}{\frac{4}{5} - \frac{2}{1}}$

پ) $\left[\frac{7}{48} - \frac{5}{12} + \frac{1}{16}\right] \times \frac{-12}{\frac{5}{10}}$

ت) $-\frac{1}{2} \div \left[-2\frac{1}{3} - \left(-3\frac{1}{4}\right)\right]$

ث) $2 \times \left[\frac{6}{8} + \frac{3}{4} \times \left(-\frac{1}{2}\right)\right] \div \left(-\frac{1}{4}\right)$

ج) $65 \frac{101}{101} \times 1 \frac{29}{29} \div \left(-32 \frac{31}{31}\right)$

ب) $(1 - \frac{3}{-2})^2 - (2 - \frac{-3}{2})^2$

د) $\frac{-5 - 3 + 17}{\sqrt{0.36}} \div (-3)$

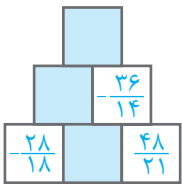
ز) $\frac{0.5 - (-0.3)}{0.5 - (+0.3)} \div (\frac{-4}{-7})$

د) $\frac{-2}{0.5} - \frac{7/5}{-2/5}$

تمرین ۵۷: حاصل عبارت زیر را با در نظر گرفتن اولویت‌ها به دست آورید.

$2 \times [\frac{6}{8} + \frac{3}{4} \times (-\frac{1}{2})] \div (-\frac{1}{4})$

تمرین ۵۸: در جدول زیر، حاصل ضرب هر دو عدد که کنار هم قرار دارند، در خانه بالایی آنها قرار گرفته است. عددی که در بالاترین خانه قرار دارد چند است؟



پرسش‌های چهارگزینه‌ای

ویژه مدارس برتر، تیزهوشان و العیاد



درس اول: یادآوری اعداد صحیح

۱) حاصل عبارت $5 - 5(-1 + 3(4 - 5))^{2017} \times 2 - 2 + 8 \div 4 \times 3$ برابر است با:

۴) -۴

۳) ۵۶

۲) ۶۱

۱) ۶

۲) اگر $k = 1\frac{1}{100} + 2\frac{2}{100} + 3\frac{3}{100} + \dots + 10\frac{10}{100}$ باشد، کدام است $\frac{k}{55}$ ؟

۴) 0.01

۳) 10.1

۲) $1/1$

۱) 0.1

درس دوم: معرفی عددهای گویا

۳) کدام گزینه یک عدد گویا نیست؟

۴) ۰

۳) $\sqrt{1 + 5\sqrt{9}}$

۲) $\sqrt{9 - 2^2}$

۱) $-1/75$

۴) بین دو کسر $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{3}$ چند عدد گویا وجود دارد؟

۴) بی‌شمار

۳) دو

۲) یک

۱) هیچ

۵ چند عدد صحیح بین $\frac{1}{4}$ و $2\frac{1}{4}$ وجود دارد؟

- ۱ یک (۱) دو (۲) سه (۳) بی‌شمار (۴)

۶ کدام کسر بین دو عدد گویای $0/5$ و $\frac{1}{3}$ قرار دارد؟

- ۱ $\frac{2}{5}$ (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $0/2$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)

۷ نقطه $-\frac{19}{-3}$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

- ۱ ۶ و ۷ (۱) ۲ -۶ و -۷ (۲) ۳ ۵ و ۶ (۳) ۴ -۵ و -۶ (۴)

۸ کدام کسر از $\frac{1}{7}$ بزرگ‌تر و از $\frac{3}{4}$ کوچک‌تر است؟

- ۱ $\frac{11}{14}$ (۱) $\frac{1}{14}$ (۲) $\frac{3}{28}$ (۳) $\frac{3}{14}$ (۴)

۹ در چه صورت اگر $a > b$ باشد، $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ می‌شود؟ (a و b دو عدد صحیح هستند.)

- ۱ a و b هم علامت باشند. (۱)
 ۲ a مثبت و b منفی باشد. (۲)
 ۳ a منفی و b مثبت باشد. (۳)
 ۴ هیچکدام (۴)

درس سوم: جمع و تفریق عددهای گویا

۱۰ حاصل عبارت $1392\frac{1}{3} - 1393\frac{1}{2} + 1394\frac{5}{6}$ کدام است؟

- ۱ ۱۳۹۳ (۱) ۲ ۱۳۹۴ (۲) ۳ ۱۳۹۵ (۳) ۴ ۱۳۹۶ (۴)

۱۱ حاصل عبارت $\frac{1}{695} - \frac{1}{1390}$ کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{1390}$ (۱) ۲ $\frac{1}{1390}$ (۲) ۳ $-\frac{1}{1390}$ (۳) ۴ $\frac{3}{1390}$ (۴)

۱۲ حاصل عبارت $A = \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \frac{1}{9 \times 11} + \frac{1}{11 \times 13}$ چقدر است؟

- ۱ $\frac{5}{39}$ (۱) ۲ $\frac{10}{39}$ (۲) ۳ $\frac{2}{39}$ (۳) ۴ $\frac{1}{39}$ (۴)

۱۳ حاصل عبارت مقابل کدام است؟

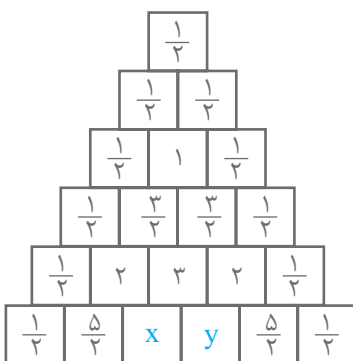
- ۱ $\frac{5}{9}$ (۱) ۲ $\frac{7}{9}$ (۲) ۳ $\frac{1}{9}$ (۳) ۴ $\frac{11}{9}$ (۴)

۱۴ در نمودار مقابل مجموع x و y چقدر است؟

- ۱ ۱۰ (۱)
 ۲ ۶ (۲)
 ۳ $\frac{9}{2}$ (۳)
 ۴ ۵ (۴)

$$\frac{2}{3 \times 4} + \frac{4}{4 \times 6} + \frac{6}{6 \times 9} + \frac{8}{9 \times 12} + \frac{10}{12 \times 15}$$

- ۱ $\frac{11}{9}$ (۴)





۱۵ کدام عدد از همه کوچک تر است؟

- ۱ $-\frac{5}{3}$
 ۲ معکوس ۲
 ۳ معکوس $\frac{3}{2}$
 ۴ قرینه $+\frac{5}{2}$

۱۶ مجموع دو عدد $\frac{2}{3}$ و $\frac{2}{5}$ چند برابر آنهاست؟

- ۱ برابر ۴
 ۲ برابر ۲
 ۳ برابر $\frac{1}{2}$
 ۴ برابر $\frac{1}{4}$

۱۷ معکوس کدام عدد از خودش بزرگ تر است؟

- ۱ $\frac{3}{5}$
 ۲ -۱
 ۳ -۲
 ۴ $-\frac{1}{2}$

۱۸ عدد $-\frac{3}{4}$ چند برابر عدد $-\frac{2}{25}$ است؟

- ۱ مساویند
 ۲ دو برابر
 ۳ سه برابر
 ۴ چهار برابر

۱۹ حاصل عبارت $\frac{1}{4} - \frac{1}{3} \times \frac{3}{2} \div \frac{1}{4}$ کدام است؟

- ۱ $\frac{5}{2}$
 ۲ $-\frac{3}{2}$

۲۰ حاصل عبارت مقابل چند برابر عدد ۱۰۰ است؟

- ۱ $\frac{1}{2}$
 ۲ ۵

۲۱ حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\left[\frac{2015}{1394} \times \frac{2014}{1394} \times \frac{2013}{1394} \times \dots \times \frac{2014}{1394} \times \frac{2015}{1394} \right] + \left[\frac{90}{91} + \frac{91}{92} + \frac{92}{93} + \frac{93}{94} \right] + \left[\frac{1}{91} + \frac{1}{92} + \frac{1}{93} + \frac{1}{94} \right]$$

- ۱ صفر
 ۲ $\frac{2015}{94}$
 ۳ $\frac{90}{94}$
 ۴ ۴

$$\frac{2}{3} - \frac{2}{3} \left[1 - \frac{1}{2} \left(-\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) \right]$$

- ۱ $\frac{5}{12}$
 ۲ $-\frac{5}{12}$
 ۳ $\frac{21}{12}$
 ۴ صفر

۲۲ حاصل عبارت روبه‌رو چیست؟

- ۱ ۱
 ۲ ۶
 ۳ معکوس کسر $\frac{1}{1 - \frac{1}{2 - \frac{1}{3}}}$ کدام است؟

۲۳ قرینه معکوس -2^4 کدام است؟

- ۱ ۱۶
 ۲ -۱۶
 ۳ $\frac{1}{16}$
 ۴ $-\frac{1}{16}$

۲۴ حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$\frac{1}{2} \times -\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times -\frac{4}{5} \times \dots \times -\frac{100}{101}$$

- ۱ $\frac{100}{101}$
 ۲ ۱۰۰
 ۳ $-\frac{1}{101}$
 ۴ $\frac{1}{101}$

۲۵ حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$\frac{(130 \cdot \frac{1}{4} - 135 \cdot \frac{1}{2}) \times 0 / 4}{57} \times \frac{19}{7}$$

- ۱ -۸
 ۲ $-\frac{3}{2}$
 ۳ $-\frac{1}{10}$
 ۴ ۱۰

۲۶ اگر مخرج کسری را نصف کنیم، آن کسر

- ۱ نصف می‌شود
 ۲ دو برابر می‌شود
 ۳ چهار برابر می‌شود
 ۴ تغییر نمی‌کند

$$2 \div \frac{2 + \frac{2+1}{1}}{2 - \frac{1}{2-1}}$$

$$\frac{0.125 - 2 \div (-\frac{2}{3} + \frac{2}{9} \times 2)}{\frac{1}{6} + \frac{5}{24}}$$

$$(1 - \frac{1}{2})(1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{4}) \dots (1 - \frac{1}{100})$$

۳۸ کوچک‌ترین عدد طبیعی که اگر آن را به $-\frac{6}{25}$ تقسیم کنیم خارج قسمت عدد صحیح می‌شود، کدام است؟

- ۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۳

۳۹ حاصل عبارت مقابل چیست؟

- ۱) $\frac{7}{2}$ ۲) $\frac{2}{7}$ ۳) ۷ ۴) -۷

۴۰ معکوس عبارت $A = \frac{9}{7} + \frac{18}{7} + \frac{27}{7} + \dots + \frac{180}{7}$ کدام است؟

- ۱) ۲۷۰ ۲) $\frac{7}{180}$ ۳) $\frac{7}{20}$ ۴) $\frac{1}{270}$

۴۱ بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر از معکوس $\frac{2}{3}$ کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

۴۲ مجذور یک عدد گویا $\frac{4}{9}$ است، قرینه معکوس این عدد کدام است؟

- ۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $-\frac{3}{2}$ ۳) $+\frac{3}{2}$ ۴) $\pm\frac{3}{2}$

۴۳ حاصل عبارت روبه‌رو کدام است؟

- ۱) $-\frac{45}{8}$ ۲) $\frac{73}{3}$ ۳) $-\frac{73}{3}$ ۴) $\frac{45}{8}$

۴۴ از صورت و مخرج کسر $\frac{3}{8}$ چه عددی را کم کنیم تا حاصل، معکوس قرینه مکعب عدد $-\frac{1}{2}$ شود؟

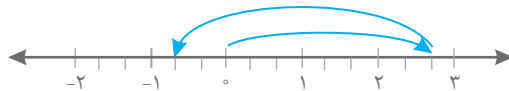
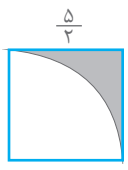
- ۱) $\frac{41}{7}$ ۲) $\frac{51}{7}$ ۳) $\frac{61}{7}$ ۴) $\frac{71}{7}$

۴۵ حاصل عبارت مقابل کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{100}$ ۲) $\frac{99}{100}$ ۳) $\frac{101}{100}$ ۴) صفر

نمونه پرسش‌های امتحانی فصل اول

بارم	
	درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.
	الف) عدد $\sqrt{49}$ عددی گویاست. <input type="radio"/> درست <input type="radio"/> نادرست
	ب) قرینه بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی یک رقمی برابر (+۹) است. <input type="radio"/> درست <input type="radio"/> نادرست
	پ) حاصل ضرب قرینه یک عدد طبیعی در یک عدد صحیح منفی، عددی مثبت می‌شود. <input type="radio"/> درست <input type="radio"/> نادرست
	ت) حاصل تقسیم هر عدد صحیح مخالف صفر بر قرینه‌اش برابر صفر است. <input type="radio"/> درست <input type="radio"/> نادرست
	ث) معکوس عدد $1\frac{5}{10}$ برابر با $-\frac{2}{3}$ است. <input type="radio"/> درست <input type="radio"/> نادرست
	ج) عدد $-\frac{3}{-2}$ بین دو عدد ۲- و ۳ قرار دارد. <input type="radio"/> درست <input type="radio"/> نادرست
	چ) بین ۴- و ۵- هیچ عدد صحیحی وجود ندارد. <input type="radio"/> درست <input type="radio"/> نادرست

	<p>۲ هر یک از جمله‌های زیر را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.</p> <p>(الف) نصف هر عدد صحیح منفی از خود آن عدد است.</p> <p>(ب) عدد طبیعی که معکوشش با خودش برابر است عدد و تنها عددی که معکوس ندارد عدد است.</p> <p>(پ) بین هر دو عدد صحیح کسر وجود دارد.</p> <p>(ت) هر عدد طبیعی یک عدد و هر عدد صحیح یک عدد است.</p>	۲
	<p>۳ کسر روبه‌رو را ساده کنید.</p> $\frac{(-51) \times (-14)}{(+63) \times (-34)}$	۳
	<p>۴ (الف) جای خالی را با کسر مناسب پر کنید.</p> <p>(ب) برای محور زیر یک جمع بنویسید.</p> $\square \times -4\frac{3}{5} = 1$ 	۴
	<p>۵ در جاهای خالی علامت مثبت و منفی را طوری قرار دهید تا حاصل، بزرگ‌ترین مقدار ممکن باشد؛ سپس حاصل را بنویسید.</p> $(-15 \square 9) \square (-19 \square -8)$	۵
	<p>۶ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.</p> <p>(الف) $3^2 - 4 \times (27 - (-3))$</p> <p>(ب) $(-3\frac{1}{2}) - 7 \times \frac{3}{2}$</p> <p>(پ) $(\frac{1}{12} - \frac{1}{18}) \div [-(\frac{1}{-9}) + (\frac{-1}{2})]$</p> <p>(ت) $\frac{(-\frac{7}{2}) \times (-1\frac{3}{5})}{-\frac{24}{30} \div \frac{18}{10}}$</p>	۶
	<p>۷ مساحت قسمت رنگی را به دست آورید. ($\pi \approx 3$)</p> 	۷
	<p>۸ مساحت باغچه دوزنقه‌ای شکلی $1\frac{39}{170}$ است، اگر قاعده‌های این دوزنقه $2\frac{4}{7}$ و $3\frac{2}{5}$ باشد، ارتفاع دوزنقه را به دست آورید.</p>	۸